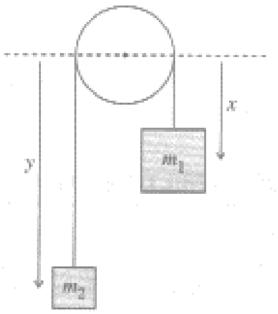
Instituto Federal Sul-rio-grandense
***Campus* Pelotas – Visconde da Graça**
Licenciatura em Física
Mecânica Analítica – Lista 3

1. A partícula livre em coordenadas esférica. O vetor velocidade é dado por $\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\phi}\sin\theta\,\hat{\phi}$. Determine: (a) a lagrangeana (b) os momentos conjugados (c) a hamiltoniana.

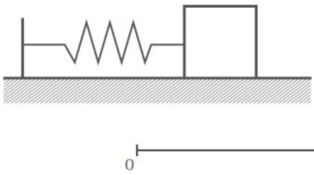
2. A lagrangeana de um oscilador harmônico é dada por $L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{kx^2}{2}$.
Determine: (a) o momento conjugado (b) a hamiltoniana (c) a equação de movimento.

3. Considerando a máquina de Atwood da figura, determine: (a) a lagrangiana (b) o momento conjugado (c) a hamiltoniana (d) a equação de movimento.

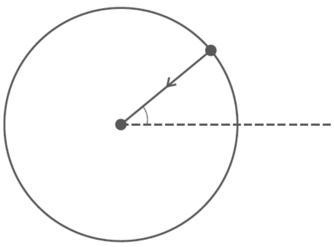


4. Obtenha as equações de Hamilton para uma partícula de massa m, em movimento bidimensional, sujeita a um campo de força central, com energia potencial $V(r)$, usando como coordenadas generalizadas as coordenadas usuais r e ϕ (coordenadas polares).

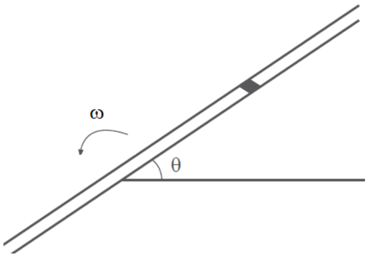
5. Consideremos a partícula de massa m no plano, sem atrito, sob a ação de uma mola de constante k, conforme representado na figura. Determine: (a) a lagrangeana (b) o momento canônico (c) a hamiltoniana (d) as equações de movimento.



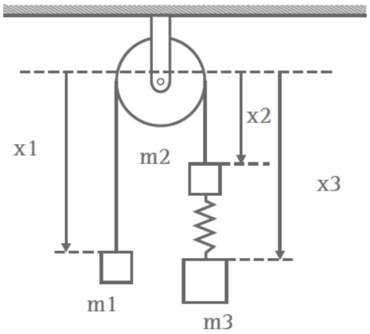
6. Considere a partícula de massa m num plano horizontal atada por uma corda inextensível e de massa irrelevante, em M. C. U., sobre uma circunferência de raio R. Determine: (a) a lagrangeana (b) o momento conjugado (c) a hamiltoniana (d) as equações de movimento.



7. Considere a pequena esfera metálica que se movimenta sem atrito no interior de um tubo de seção reta interna uniforme, numa região livre da força gravitacional. O tubo gira com velocidade angular constante (ω) em torno de um eixo perpendicular a este. Determine: (a) a lagrangiana (b) o momento conjugado (c) a hamiltoniana (d) as equações de movimento (e) a equação da aceleração.



8. Considere a máquina de Atwood modificada da figura. Considere o comprimento da mola relaxada igual a 1. Determine: (a) a lagrangiana (b) o momento conjugado (c) a hamiltoniana (d) as equações de movimento (e) a equação da aceleração.



9. Considere o lançamento de um projétil livre da resistência do ar e leve em conta suas coordenadas cartesianas (x, y, z), com z medido verticalmente para cima. Determine: (a) a lagrangeana (b) as equações de movimento de Lagrange (c) o momento generalizado (d) a hamiltoniana (e) as equações de Hamilton.

10. As energias cinética e potencial gravítica de um corpo celeste em órbita à volta do Sol são dadas pelas expressões $T = \frac{m}{2}(r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}^2)$ e $V = -\frac{4\pi^2 m}{r}$, onde m é a massa do corpo, r a distância do Sol ao corpo, θ um ângulo medido no plano da órbita com o vértice do Sol. As distâncias são medidas em unidades astronômicas e o tempo em anos. A equação para $\ddot{r}$ é dada por

a) $r\ddot{\theta} - \left(\frac{2\pi}{r}\right)^2$ b) $r^2 - (2\pi r)^2$ c) $r\dot{\theta}^2 - \left(\frac{2\pi}{r}\right)^2$ d) $r\dot{\theta} - (2\pi r)^2$ e) $r^2\dot{\theta}^2 - \left(\frac{2\pi}{r}\right)^2$