Instituto Federal Sul-rio-grandense
***Campus* Pelotas – Visconde da Graça**
Licenciatura em Física
Mecânica Analítica – Lista 2

1. Obtenha a Lagrangiana para um projetil (livre da resistência do ar) em termos de suas coordenadas cartesianas (x, y, z), com z medido verticalmente para cima. Determine as três equações de Lagrange.

2. Obtenha a Lagrangiana para uma partícula movendo-se em uma dimensão ao longo do eixo x sujeita à força $F = -kx$ (com k positivo). Determine a equação de Lagrange do movimento.

3. Considere uma massa m movendo-se em duas dimensões com energia potencial $V(x, y) = \frac{1}{2}kr^2$, onde $r^2 = x^2 + y^2$. Obtenha a lagrangeana, usando as coordenada x e y, e determine as equações de movimento de Lagrange.

4. Considere uma massa m movendo-se em uma rampa, sem atrito, que tem uma declividade α com a horizontal. Obtenha a Lagrangiana em termos da coordenada x, medida horizontalmente através da rampa, e da coordenada y, medida para baixo da rampa. (Trate o sistema como bidimensional, mas inclua a energia potencial gravitacional). Determine as duas equações de Lagrange e justifique se elas são as mesmas que você esperava.

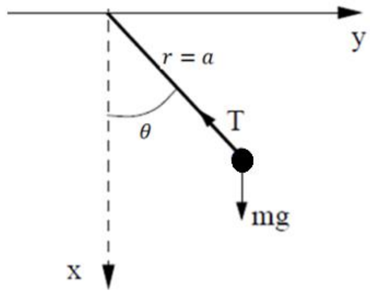
5. Obtenha a Lagrangiana $L(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$ para duas partículas de massas iguais, $m_1 = m_2 = m$, confinados no eixo x e conectadas por uma mola com energia potencial $V = \frac{1}{2}kx^2$. Determine as duas equações de Lagrange.

6. Uma massa m_1 repousa sobre uma mesa horizontal sem atrito e está amarrada a um fio ideal. O fio segue horizontalmente até a borda da mesa, onde passa por uma roldana ideal e a seguir é pendurado verticalmente. Uma segunda massa m_2 é agora amarrada à outra extremidade do fio. Obtenha a Lagrangiana para esse sistema e determine a equação de movimento de Lagrange.

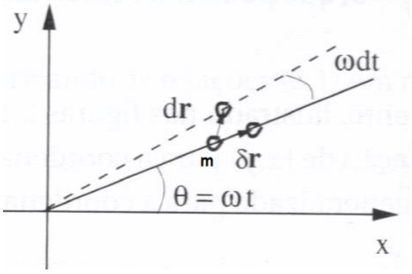
7. Obtenha a Lagrangiana para um cilindro (massa m, raio R e momento de inercia I) que rola, sem deslizar, para baixo em uma rampa plana que tem um ângulo α com a horizontal. Use com coordenadas generalizadas a distância x do cilindro medida para baixo ao longo da rampa a partir da posição inicial. Escreva a equação de Lagrange e resolva-a para a aceleração $\ddot{x}$. Lembre-se que $T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$, onde v é a velocidade do centro de massa e ω a velocidade angular.

8. Deduza as equações de Lagrange em coordenadas cartesianas para uma partícula movendo-se em um campo conservativo bidimensional e mostre que elas implicam na segunda lei de Newton.

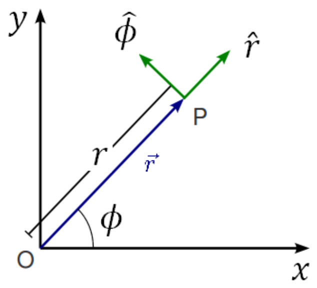
9. Determine a Lagrangiana e a equação de movimento de um pêndulo simples em coordenadas polares de raio fixo $r = a \;\; e \;\; \theta$ é a única coordenada livre.



10. Obtenha a Lagrangiana e a equação de Lagrange do movimento para uma conta que desliza ao longo de uma barra retilínea lisa que gira com velocidade angular constante ω num plano horizontal



11. Deduza as equações de Lagrange em coordenadas polares para uma partícula movendo-se em um campo conservativo bidimensional.



12. Deduza as equações de Lagrange em coordenadas cilíndricas para uma partícula movendo-se em um campo conservativo bidimensional.