II. MECÂNICA DOS FLUIDOS

2. HIDROSTÁTICA

2. 1 - Introdução

Os fluidos estão presentes de maneira vital em nossa vida, basta lembrarmos que o nosso corpo é formado quase que exclusivamente de água. O próprio ar que respiramos é um fluido, ou seja, os fluidos estão por toda parte ao nosso redor, sendo essenciais para a nossa própria existência! Graças aos fluidos um avião pode voar, um submarino pode submergir até uma determinada profundidade e um navio pode flutuar. No nosso corpo podemos citar o sangue, os líquidos do sistema digestivo e os humores do globo ocular como alguns exemplos de fluidos.

Num motor de combustão, por exemplo, existem fluidos tanto na forma gasosa quanto líquida. Podemos também citar milhares de exemplos de máquinas, sistemas biológicos, mecânicos, naturais e artificiais, enfim, que apresentam algum tipo de fluido na sua composição ou que dele dependam para o seu funcionamento.

Os fluidos envolvem os líquidos e os gases. Podemos definir um fluido como algo que pode fluir, escoar, o que não ocorrem com um material sólido, por exemplo. Num fluido qualquer, as moléculas arranjam-se aleatoriamente, porém são mantidas unidas por forças coercivas fracas. Um fluido não suporta uma força tangencial à sua superfície, força esta geralmente chamada de tensão cisalhante. Por outro lado, um fluido pode exercer uma determinada força numa direção perpendicular à sua superfície. Inicialmente estudaremos a estática dos fluidos (hidrostática), a qual se preocupa com os fluidos em repouso e em equilíbrio. Após, estudaremos alguns aspectos da dinâmica dos fluidos (hidrodinâmica), a qual se preocupa como o próprio nome diz, com fluidos em movimento.

2. 2 – Massa Específica

O conceito de massa específica é muito útil quando se estuda hidrostática. Denominaremos a massa específica (ou densidade, segundo alguns autores) de um fluido qualquer pela letra grega ρ (rô). Para determinarmos a massa específica de um certo fluido num determinado ponto, basta dividir a massa m da amostra de fluido em questão pelo seu respectivo volume V, ou seja,

$$\rho = \frac{m}{V} . \qquad (2.1)$$

Como podemos ver da eq. (2.1), a massa específica de um fluido é uma quantidade escalar, sendo sua unidade de medida no SI (sistema internacional) é o kg/m^3. Outra unidade bastante usada é o g/cm^3. O fator de conversão é dado por $1\ g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$. A massa específica de determinados materiais pode variar de um ponto para outro. Como exemplo podemos citar a atmosfera da Terra, a qual tem uma massa específica menor em grandes altitudes. A pressão, item que estudaremos a seguir, pode afetar consideravelmente a massa específica de algumas substâncias, como podemos ver no caso do ar, na tabela 2.1, a qual ilustra a massa específica de alguns materiais. Como curiosidade, um dos materiais de maior massa específica existente na Terra é o ósmio, cujo valor é de $22{,}5.10^3\ kg/m^3$.

Material	Massa específica (kg/m^3)
Vácuo de laboratório	10^{-17}
Ar a 20°C e pressão de 1 atm	1,21
Ar a 20°C e pressão de 50 atm	60,5
Álcool etílico	$0,81.10^3$
Água	1.10^3
Água do mar	$1,03.10^3$
Sangue	$1,06.10^3$
Concreto	2.10^3
Alumínio	$2,7.10^3$
Planeta Terra (média)	$5,5.10^3$
Mercúrio (metal)	$13,6.10^3$
Ouro	$19,3.10^3$
Ósmio	$22,5.10^3$
Buraco negro	1.10^{19}

Tabela 2.1 – Massas específicas de diversos materiais.

Exemplo resolvido 2. 1

Calcule a massa e o peso exercido pelo ar dentro de uma sala que possui 2,5 m de altura e que possui um piso com dimensões de 4,5 m x 6 m.

Resolução:

Utilizamos a tabela 2.1 para obter a massa específica do ar.

O volume é dado por

V = 2,5m.4,5m.6m = 67,5m3

A massa do ar pode ser calculada usando-se a eq. (2.1), que resulta em

$$m_{ar} = \rho_{ar}.V = 1,21kg/m^3.67,5m^3 = 81,68kg$$

O peso do ar é dado por P = m_{ar}.g, o que resulta em

$$P_{ar} = 81,68kg.9,8m/s^2 = 800,46N\ .$$

2. 3 – Pressão em um Fluido

Um fluido qualquer que está em repouso exerce uma força perpendicular em qualquer superfície que esteja em contato com ele. A força exercida por este fluido nas paredes de um recipiente será, portanto, perpendicular em todos os pontos deste recipiente, como ilustra a figura 2.1.

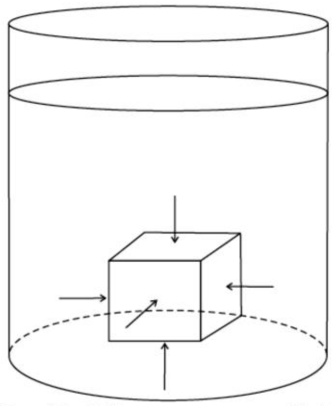


Figura 2.1 – Fluido em repouso num recipiente.

Imaginemos um pistão no qual se esteja exercendo uma determinada força, conforme ilustra a figura 2.2.

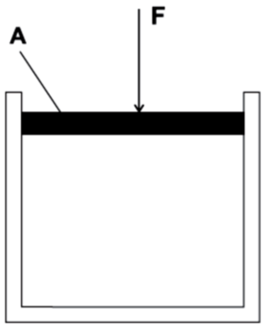


Figura 2.2 - Força exercida num pistão pelo fluido ao seu redor.

Se F é a força normal exercida no pistão pelo fluido que está ao seu redor, e se A é a área da superfície do referido pistão, na qual está sendo aplicada esta força, como ilustra a figura 2.2, então a pressão p que o fluido exerce é definida pela razão entre a força normal e a área A, ou seja,

$$p = \frac{F}{A} . \qquad (2.2)$$

A pressão é uma grandeza escalar, ou seja, não possui propriedades vetoriais. Embora a força exercida seja vetorial, na eq. (2.2) levamos em conta apenas a sua intensidade (módulo). No SI a unidade de pressão é o N/m^2, porém, uma outra unidade para pressão no SI é o pascal, ou simplesmente Pa, de modo que

$$1\ N/m^2 = 1\ Pa$$

Outras unidades também são empregadas para se medir pressões, como atmosfera (atm), torr (anteriormente chamada de milímetro de mercúrio, ou mmHg) e a libra por polegada quadrada (lb/in^2), usualmente abreviada como psi. A relação entre elas é tal que

$$1\ atm = 1{,}01.10^5\ Pa = 760\ torr = 14{,}7\ lb/in^2$$

Na área de meteorologia e climatologia usualmente emprega-se o bar (1 bar = 10^5 Pa) e o milibar (1 mbar = 100 Pa).

É preciso prestar atenção com o emprego da pressão na linguagem cotidiana, pois frequentemente pressão e força são confundidas. Para termos ideia de valores de pressão, a pressão no centro do Sol está estimada em 2.10^{16} Pa, enquanto que a pressão atmosférica ao nível do mar é de 1.10^5 Pa e a pressão sanguínea normal do corpo humano está entre $1{,}6.10^4$ Pa.

Observando novamente a eq. (2.2), notamos que podemos exercer pressões muito elevadas exercendo forças relativamente de pequena intensidade, desde que a área na qual esta força esteja sendo exercida também seja pequena. Este é o fato que justifica o porquê de uma agulha de injeção ter a ponta extremamente fina, o que permite perfurar a pele com facilidade. O caso inverso, ou seja, uma grande área de aplicação para uma determinada força se justifica no caso dos sapatos de neve, onde uma redução da pressão sobre o solo com neve se faz necessária.

Exemplo resolvido 2.2

Calcule a intensidade da força exercida por 1 atm de ar no piso de uma sala de dimensões 3,0 m por 4,0 m.

Resolução:

Usando a eq. (2.2) e a relação entre atm e N/m^2, obtemos

$$F = p.A = (1{,}0atm).\left(\frac{1{,}01.10^5\ N/m^2}{1{,}0atm}\right).3{,}0m.4{,}0m = 1{,}21.10^6\ N .$$

2.4 – Variação da Pressão com a Profundidade

O fato de desprezarmos o peso do fluido faz com a pressão seja a mesma em todos os pontos do volume do fluido. Porém, na prática, o peso de um fluido nem sempre é desprezível, razão pela qual a pressão atmosférica é maior no nível do mar do que em elevadas altitudes. O mesmo raciocínio vale para as profundezas do mar, onde neste caso a pressão aumenta com a profundidade, e o uso de equipamentos especiais de mergulho se faz necessário. Dos dois exemplos descritos podemos concluir que a pressão hidrostática, ou seja, aquela exercida por um fluido em repouso (estático), varia com a profundidade.

Imaginemos um tanque com um fluido em equilíbrio estático, no interior do qual temos uma amostra qualquer imersa neste fluido, conforme ilustra a figura 2.3. O eixo vertical y na figura serve de referência, no qual a origem está na superfície do fluido em questão e com a direção positiva para cima.

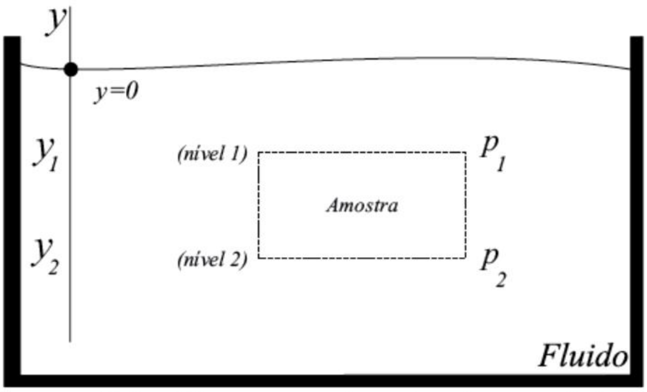


Figura 2.3 - Tanque contendo um fluido em equilíbrio estático e uma amostra qualquer imersa neste fluido. O eixo vertical y serve de referência.

A diferença de pressão existente entre os pontos 1 e 2 (níveis 1 e 2), cujas pressões respectivamente são iguais a p_1 e p_2, é dada por

$$p_2 = p_1 + \rho g(y_1 - y_2) \ , \qquad (2.3)$$

onde g é a aceleração da gravidade e ρ é a massa específica do fluido no interior do recipiente, tida como constante. A eq. (2.3) pode ser empregada para o cálculo da pressão entre dois pontos em função da altitude e também em função da profundidade. Com relação à profundidade, podemos facilmente calcular a pressão a uma profundidade h abaixo da superfície do fluido. Assim, como ilustra a figura 2.4, sendo p_0 a pressão atmosférica na superfície e empregando o mesmo raciocínio descrito pela figura (2.3) e pela eq. (2.3), temos

$$p = p_0 + \rho g h \ . \qquad (2.4)$$

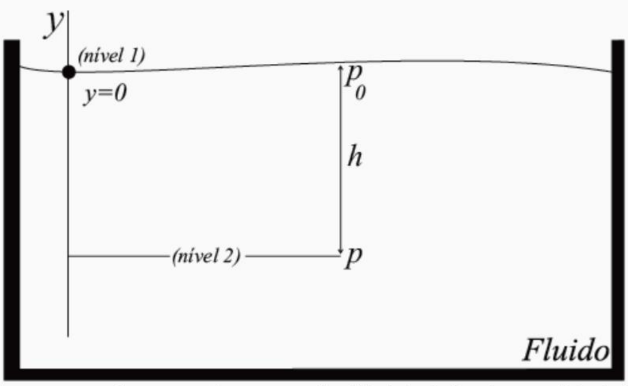


Figura 2.4 - Ilustração mostrando que a pressão p aumenta com a profundidade h abaixo da superfície do fluido, de acordo com a eq. (2.4).

Analisando a eq. (2.4) vemos que a pressão em um fluido depende somente da profundidade h dentro do mesmo, ou seja, a pressão no fluido é a mesma em todos os pontos que possuem uma mesma profundidade, ou altura. Logo, a pressão não depende de nenhum fator ligado à direção horizontal do fluido, e nem mesmo do recipiente que o contém. Isto nos permite concluir que a pressão em um fluido independe da forma do recipiente no qual o mesmo está contido.

Na figura 2.4 e na eq. (2.4) a pressão p é chamada de pressão absoluta no nível 2, pois a mesma envolve a pressão total ou seja, a pressão devida à atmosfera e também a pressão devido ao fluido que se encontra acima do nível 2. Por outro lado, a diferença entre a pressão absoluta e a atmosférica é a chamada pressão manométrica, a qual recebe este nome devido ao uso de um equipamento chamado manômetro para a sua medição, o qual será descrito na seção seguinte.

Exemplo resolvido 2.3

Em um treinamento de mergulho, um profissional utiliza um cilindro de oxigênio durante um mergulho. Ele inspira bastante ar do tanque, até abandoná-lo numa profundidade L para nadar de volta à superfície. Porém, ocorre um problema durante esta manobra de tal modo que ao atingir a superfície a diferença entre a pressão do ar nos seus pulmões e a pressão externa fica em torno de 8,8 kPa. De posse destas informações, calcule de que profundidade teria partido o mergulhador.

Resolução:

O objetivo aqui é encontrar a profundidade L. Mas é preciso ter em mente o fato de que quando ele enche os pulmões na profundidade L, a pressão externa nele será maior que a pressão normal. Logo, utilizamos a eq. (2.4), com L no lugar de h e com p0 sendo a pressão atmosférica e ρ a massa específica do fluido ao redor, neste caso a água. Quando o mergulhador sobe, a pressão externa diminui e se iguala à pressão atmosférica na superfície. Mas se por acaso o mergulhador não eliminar o ar dos pulmões, a pressão nos pulmões será a mesma da profundidade L. Assim, na superfície haverá uma diferença entre a pressão externa sentida e a pressão interna nos seus pulmões, que é maior. O valor desta diferença pode ser calculado por

$$\Delta p = p - p_0 = \rho g L$$

Logo, utilizando a tabela 2.1, a profundidade L vale

$$L = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{8800 Pa}{998 kg/m^3 . 9{,}8 m/s^2} = 0{,}9 m .$$

Exemplo resolvido 2.4

Imagine um sistema que se beneficia da energia solar para aquecer a água. Os painéis solares estão situados numa altura de 9,5 m acima do lugar onde está colocado o reservatório de armazenamento da água. A pressão da água no nível dos respectivos painéis é exatamente de 1 atm. Calcule a pressão absoluta no referido reservatório e também a pressão manométrica no mesmo.

Resolução:

Utilizando a eq. (2.4) e a tabela 2.1, a pressão absoluta é resulta em

$$p = p_0 + \rho g h = 1{,}01.10^5 Pa + 1000 kg/m^3 . 9{,}8 m/s^2 . 9{,}5 m = 1{,}94.10^5 Pa .$$

Consequentemente a pressão manométrica vale

$$p - p_0 = 0{,}93.10^5 Pa .$$

Exemplo resolvido 2.5

A figura 2.5 mostra um tubo em U contendo dois líquidos em equilíbrio. Um deles é água, que se encontra no lado esquerdo e cuja massa específica é conhecida, e o outro é um óleo com massa específica não conhecida. De acordo com a figura, l = 127 mm e d = 15 mm. Calcule a massa específica do óleo.

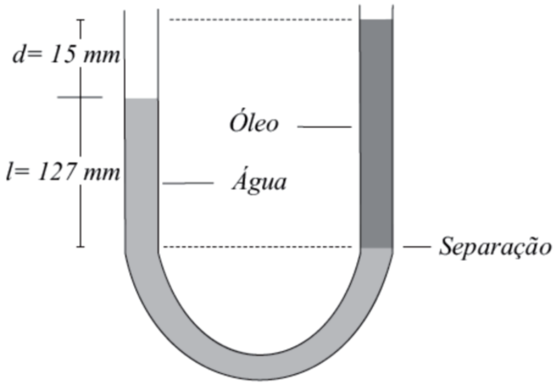


Figura 2.5 - Tubo em U contendo dois líquidos em equilíbrio.

Resolução:

A pressão na interface (separação) água-óleo do lado direito (ver figura 2.5), que chamaremos de $p_{interface}$, depende da massa específica do óleo, que chamaremos de $\rho_{óleo}$ e também da altura do óleo que se encontra acima desta interface. Do lado esquerdo (ver figura 2.5), a água no mesmo nível tem de estar com o mesmo valor de pressão $p_{interface}$. Isto se deve ao fato de haver equilíbrio estático, de modo que as pressões em pontos da água de mesmo nível deverão ser iguais. Ainda analisando o lado esquerdo, vemos que a interface se encontra abaixo de uma distância l da superfície livre da água, e empregando a eq. (2.4) obtemos no nosso caso que

$$p_{\text{interface}} = p_0 + \rho_{água} g l \,.$$

Para o lado direito, a interface água-óleo se encontra numa distância l + d da superfície livre do óleo, e empregando novamente a eq. (2.4) temos que

$$p_{\text{interface}} = p_0 + \rho_{óleo} g (l + d) \,.$$

Igualando ambas as equações para os dois ramos, e cancelando termos em comum em ambos os lados, obtemos o valor da massa específica do óleo, ou seja,

$$\rho_{óleo} = \rho_{água} \frac{l}{l+d} = 1000 kg/m^3 . \frac{127mm}{127mm + 15mm} = 894,37 kg/m^3 \,.$$

2.5 – Medições de Pressão

A pressão no interior do pneu de um carro, bicicleta, motocicleta, ou qualquer outro meio de transporte que o utilize, deverá ser maior do que a pressão atmosférica, senão o mesmo ficaria murcho. Mas como medir esta pressão? Com o que medir?

Para a medida da pressão atmosférica, o cientista Evangelista Torricelli (1608-1647) desenvolveu o barômetro de mercúrio, o qual é formado por um longo tubo fechado cheio de mercúrio, o qual é invertido e colocado numa bandeja também com mercúrio, de acordo com a figura 2.6. A extremidade superior do tubo, que está fechada, é tal que a pressão ali pode ser considerada nula. A eq. (2.3) pode ser usada para o cálculo da pressão em função da altura h formada pela coluna de mercúrio, como mostra a figura 2.6.

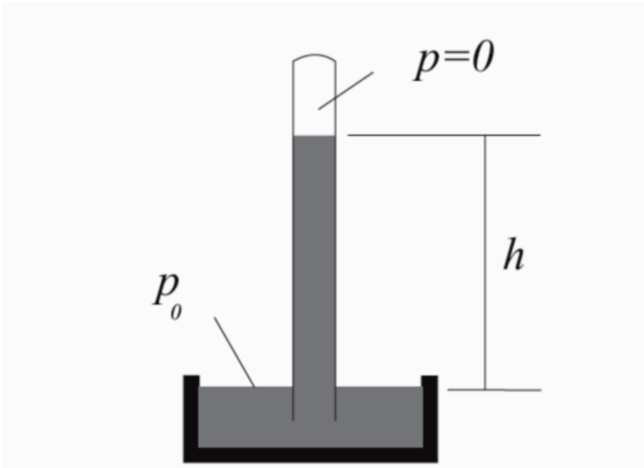


Figura 2.6 - Ilustração representando um barômetro de mercúrio.

Deste modo, temos

$$p_0 = \rho g h \,, \qquad (2.5)$$

onde ρ é a massa específica do mercúrio contido no barômetro. Utilizando a massa específica de $13{,}6.10^3$ kg/m^3 para o mercúrio, o valor de 1 atm ($1{,}01.10^5$ Pa) para a pressão atmosférica p_0, e considerando g igual a 9,80 m/s^2, a altura h da coluna de mercúrio será de 0,76 m ou 76 cm ao nível do mar.

Para medidas da pressão manométrica, conforme foi discutido no final da seção anterior, utiliza-se o manômetro de tubo aberto, ilustrado pela figura 2.7.

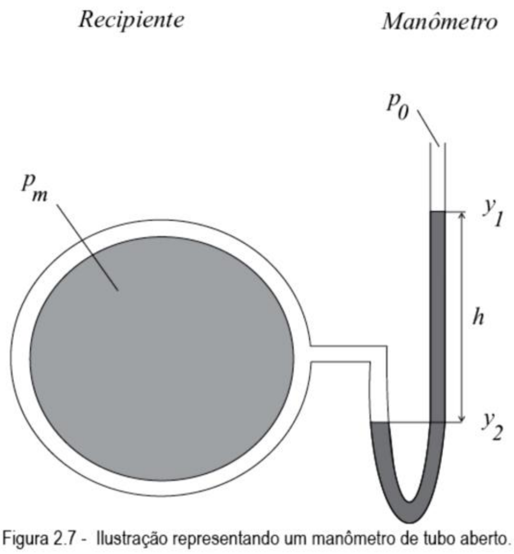


Figura 2.7 - Ilustração representando um manômetro de tubo aberto.

O manômetro de tubo aberto consiste basicamente de um tubo em U que serve para se medir a pressão manométrica de um gás. O tubo em U contém um líquido, geralmente mercúrio ou água, e a outra extremidade está ligada a um recipiente cuja pressão manométrica queremos medir. Podemos usar novamente a eq. (2.3) e a figura 2.7 onde teremos $y_1 = 0$, $p_1 = p_0$, $y_2 = -h$ e $p_2 = p$. A diferença de pressão $p - p_0$ é a pressão manométrica, p_m, ou seja,

$$p_m = p - p_0 = \rho g h \,, \qquad (2.6)$$

sendo ρ a massa específica do líquido que está sendo utilizado no interior do tubo do manômetro. Como exemplo de uma pressão manométrica podemos citar a pressão medida nos pneus de uma bicicleta ou de um automóvel. Da eq. (2.6) podemos ver que a pressão manométrica poderá ser positiva ou negativa, dependendo da diferença entre p e p_0. Quando os pneus de um automóvel estão cheios, a pressão absoluta é maior do que a atmosférica, e neste caso teremos $p_m > 0$, porém na sucção através de um canudinho, como quando se toma um refrigerante, por exemplo, a pressão nos pulmões é menor do que a atmosférica, e neste caso o valor da pressão manométrica p_m nos pulmões será negativa ($p_m < 0$).

Exemplo resolvido 2.6

Determine o valor da pressão atmosférica num dia tal que, utilizando-se um barômetro de mercúrio, a altura da coluna deste medidor seja de 760 mm.

Resolução:

O valor da massa específica do mercúrio pode ser obtido da tabela 2.1. Usando a eq. (2.6), e tendo em mente o fato de que barômetro de mercúrio mede diretamente a pressão a partir da altura da coluna de mercúrio, a pressão atmosférica pode ser calculada como

$$p_{atmosférica} = \rho g h ,$$

o que resulta em

$$p_{atmosférica} = \rho g h = 13,6.10^3 kg/m^3.9,8m/s^2.0,760m = 1,01.10^5 Pa .$$

2.6 – O Princípio de Pascal

Com relação à eq. (2.6), podemos reescrevê-la da seguinte forma:

$$p = p_0 + \rho g h . \qquad (2.7)$$

Podemos notar, a partir da eq. (2.7), que todo e qualquer aumento de pressão na superfície deverá ser transmitido para cada ponto do fluido. Este fato foi pela primeira vez enunciado em 1653 pelo cientista francês Blaise Pascal (1623-1662), sendo chamado de Princípio de Pascal, o qual também pode ser descrito da seguinte forma:

“Qualquer pressão aplicada em um fluido incompressível no interior de um recipiente será transmitida integralmente para toso os demais pontos do fluido e também para as paredes do respectivo recipiente que o contém”.

O princípio de Pascal encontra uma infinidade de aplicações no nosso cotidiano. Quando você aperta a extremidade da bisnaga de mostarda para temperar seu cachorro-quente, fazendo com que a mesma saia na outra extremidade, você está aplicando o princípio de Pascal. O princípio de Pascal é a base para os freios, elevadores, prensas, empilhadeiras e macacos hidráulicos.

A figura 2.8 ilustra um elevador hidráulico, onde uma força F_1 é aplicada no pistão menor cuja seção reta tem uma área A_1, no ramo da esquerda. A pressão será transmitida através do fluido para o ramo da direita até o pistão maior de área A_2, onde uma força F_2 será exercida pelo fluido sobre este pistão. Sendo a pressão igual nos dois ramos, de acordo com o princípio de Pascal, teremos

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} . \qquad (2.8)$$

Logo, vemos que a intensidade da força aplicada no pistão maior, F2, será maior do que a força F1 empregada no pistão menor, ou seja, o sistema se comporta como um multiplicador de forças. Esta é a grande razão da grande aplicação do princípio de Pascal. Se não fosse este princípio, imagine a força que você deveria aplicar no pedal do freio para parar um automóvel!

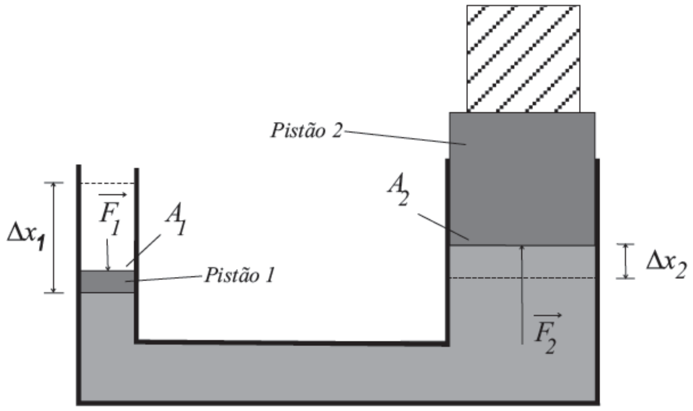


Figura 2.8 - Elevador hidráulico, o qual baseia-se no princípio de Pascal.

Convém observar que o trabalho realizado (W = F.Δx) será mesmo nos dois ramos, logo, para uma força maior haverá um deslocamento menor do pistão, e vice-versa, conforme ilustra a figura (2.8). Você pode comprovar isto ao erguer o carro com o macaco hidráulico, onde você deverá bombear a alavanca do macaco por uma distância bem superior àquela de elevação do carro!

Exemplo resolvido 2.7

Numa oficina mecânica existe um elevador de carros que utiliza ar comprimido, o qual exerce uma força num pistão de seção circular de raio 4 cm. A pressão se transmite para outro pistão maior, também de seção circular, mas de raio 20 cm.

De posse destas informações, calcule:

A força com que o ar comprimido consegue erguer um carro de 16000 N ;

A respectiva pressão exercida no interior do elevador hidráulico.

Resolução:

(a) Lembrando do cálculo da área de uma circunferência (πr2), utilizando a eq. (2.8) e fazendo com que a área menor seja a área A1 (com a sua respectiva força F1) encontramos

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)F_2 = \frac{\pi\,(4.10^{-2}\,m)^2}{\pi\,(20.10^{-2}\,m)^2}.16000N = 640N\ .$$

(b) A pressão exercida pela força F1 pode ser calculada através da eq. (2.2), que resulta em

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{640N}{\pi\,(4.10^{-2}\,m)^2} = 1{,}27.10^5\,Pa\ .$$

Note que o mesmo resultado poderia ter sido obtido utilizando-se a força F2 e a área A2, já que a pressão é a mesma.

2.7 – O Empuxo e o Princípio de Arquimedes

O empuxo é algo bastante familiar de descrevermos com base na nossa experiência cotidiana. Podemos dizer, de maneira simples, que qualquer corpo que está imerso na água parece possuir um peso bem menor do que se estivesse fora dela. Isto nós mesmos podemos verificar com o nosso corpo, quando estamos em uma piscina ou na praia. Isto nos faz pensar que existe alguma força sendo exercida de baixo para cima, em sentido contrário ao da força peso. E de fato é isto que acontece.

A força de empuxo, ou simplesmente empuxo, ou ainda força de flutuação, como alguns preferem chamar, é uma força exercida para cima sobre um corpo qualquer pelo fluido existente ao seu redor. Sendo uma força, a unidade do empuxo é o Newton (N). O empuxo serve para justificar as situações descritas no início da seção e também para explicar o porquê de um barco não afundar na água, de um balão flutuar no ar, entre tantas outras aplicações conhecidas. A natureza do empuxo foi descoberta por Arquimedes (287-212 a.C.), um dos maiores gênios da antiguidade, nascido em Siracusa (hoje Sicília, Itália).

O princípio de Arquimedes nos diz que:

“Quando um corpo está completa ou parcialmente imerso num fluido ele sofrerá uma força de empuxo, a qual estará dirigida para cima e tem intensidade igual ao peso do volume do fluido que foi deslocado por este corpo”.

Podemos dizer então que o empuxo exercido por um fluido sobre um corpo pode ser calculado como:

$$F_e = m_f g \,, \qquad (2.9)$$

sendo m_f a massa do volume do fluido deslocado pelo corpo e g é a aceleração da gravidade. Em termos da massa específica, podemos reescrever a eq. (2.9) como

$$F_e = \rho_f g V \,, \qquad (2.10)$$

onde ρ_f é a massa específica do fluido e V o volume do fluido deslocado, ocupado pelo corpo.

Podemos considerar algumas situações interessantes, como o caso de um corpo flutuando ou totalmente submerso.

Corpo Flutuando

Para um corpo que esteja flutuando num fluido, como no caso de um pedaço de isopor na água, a intensidade da força de empuxo sobre o corpo será a mesma da força gravitacional, sendo que ambas as forças atuam em sentidos contrários.

Logo, podemos escrever este caso como

$$F_e = P \,, \qquad (2.11)$$

onde P é o peso (mg) do corpo que flutua. Podemos então afirmar que para um corpo flutuando a intensidade da força gravitacional sobre ele é igual ao peso do fluido que ele desloca.

Quanto maior for a massa específica do fluido, menor será a parte do corpo que fica submersa. Como exemplo, podemos citar o fato de uma pessoa ter mais facilidade em nadar na água salgada do que na água doce, em virtude da massa específica da água salgada ser maior do que a da água doce (consulte a tabela 2.1 da seção 2.2).

Corpo Totalmente Submerso

No caso de um corpo que está totalmente submerso num fluido, o seu volume será o mesmo do fluido que ele desloca.

Nesta situação temos de considerar as duas possibilidades descritas pela figura 2.9. Se a massa específica do corpo for menor do que a massa específica do fluido, como ilustra a figura 2.9(a), a força resultante F_R aponta para cima, e o corpo acelera neste sentido, como indicado na figura. Por outro lado, caso a massa específica do corpo seja maior do que a do fluido que o rodeia, a força resultante F_R apontará para baixo, e o corpo acelera nesta direção, afundando, como ilustra a figura 2.9(b). Como exemplo podemos citar os balões, nos quais o ar quente, que possui massa específica menor do que o ar frio, faz com que o balão sofra uma força resultante para cima, fazendo-o subir.

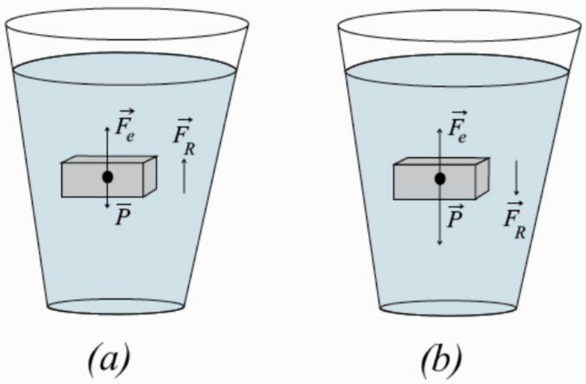


Figura 2.9 – Corpo totalmente submerso num fluido. (a) Se massa específica do corpo for menor do que a massa específica do fluido, a força resultante $\vec{F}_R$ aponta para cima, e o corpo acelera neste sentido. (b) Porém, caso a massa específica do corpo seja maior do que a do fluido que o rodeia, a força resultante $\vec{F}_R$ apontará para baixo e o corpo acelera nesta direção, afundando.

Exemplo resolvido 2.8

Um pequeno bloco de alumínio foi erguido por um fio fino e mergulhado completamente num reservatório com água, como ilustra a figura 2.10. Através de uma balança, a massa medida para o bloco de alumínio foi de 800 g. Determine o valor da tensão no fio de sustentação do bloco de alumínio antes e após o mesmo ser mergulhado.

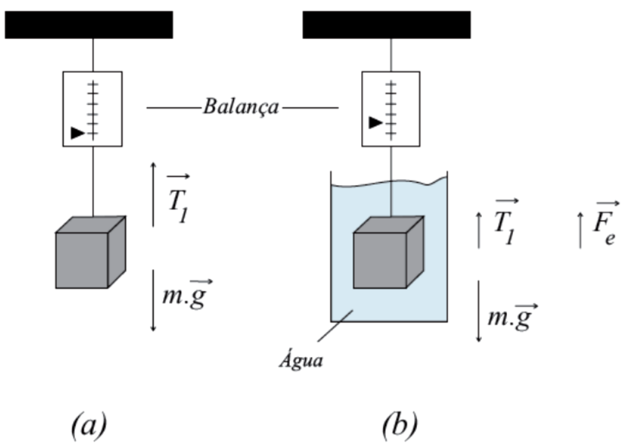


Figura 2.10 – (a) Bloco de alumínio suspenso por um fio fino e (b) mergulhado completamente num reservatório com água, sendo a determinação da sua massa feita através da balança indicada na figura.

Resolução:

De acordo com a figura 2.10(a), ao ser suspenso, podemos utilizar a segunda lei de Newton, a qual nos diz que a tensão no fio, chamada de T_1 (ver figura), será igual ao peso (m.g) do bloco de alumínio, desprezando-se o empuxo oferecido pelo ar. Logo, a tensão no fio antes do bloco de alumínio ser submerso no reservatório de água vale

$$T_1 = m.g = 0,8kg.9,8m/s^2 = 7,84N$$

Após o bloco ser completamente mergulhado no reservatório com água, podemos continuar usando a segunda lei de Newton, porém, com algumas considerações, como ilustra a figura 2.10(b). Agora o bloco de alumínio sofrerá um empuxo F_e para cima exercido pela água, o que acarretará em uma redução na tensão suportada pelo fio.

Para calcularmos o empuxo sofrido pelo bloco, precisamos calcular primeiramente o volume do bloco de alumínio, o que pode ser obtido facilmente, pois conhecemos a sua massa e a sua massa específica, após consulta à tabela 2.1. Assim, temos que

$$V_{Al} = \frac{m}{\rho_{Al}} = \frac{0,8kg}{2,7.10^3 kg/m^3} = 2,96.10^{-4} m^3$$

Utilizando a eq. (2.10), calculamos o empuxo sofrido pelo bloco de alumínio, com o cuidado que agora estaremos utilizando a massa específica do fluido, que é água. Assim,

$$F_e = \rho_f gV = 1.10^3 kg/m^3.9,8m/s^2.2,96.10^{-4} m^3 = 2,9N$$

Agora podemos aplicar novamente a segunda lei de Newton, com o auxílio da figura 2.10(b), para calcular a tensão no fio após o bloco de alumínio ser completamente submerso, o que resulta em

$$T_2 + F_e = mg$$

$$T_2 = mg - F_e = 7,84N - 2,9N = 4,94N\ .$$

Exemplo resolvido 2.9

Imagine um cilindro de alumínio com 9 cm de altura e com uma área de base igual a 18 cm^2, totalmente submerso em álcool etílico. Calcule o empuxo sofrido por este cilindro em virtude do fluido existente.

Resolução:

A massa específica do álcool etílico pode ser obtida consultando-se a tabela 2.1. O volume do cilindro vale 162 cm^3, que equivale a 162.10^{-6} m^3. Assim, o empuxo do álcool sobre o cilindro de alumínio vale

$$F_e = \rho_f gV = 0,81.10^3 kg/m^3.9,8m/s^2.162.10^{-6} m^3 = 1,29N$$

Convém notar que mesmo que o cilindro fosse oco o empuxo seria o mesmo, pois o volume de líquido deslocado também seria o mesmo.

Exemplo resolvido 2.10

O peso aparente de um corpo pode ser definido como a diferença entre o seu peso e o empuxo por ele sofrido, ou seja, $P_{aparente} = P - F_e$. O peso aparente nos dá aquela sensação de alívio de peso quando estamos numa piscina ou na praia, por exemplo. A figura 2.11 ilustra o peso aparente de um corpo mergulhado num fluido. Imagine um corpo com uma massa de aproximadamente 150 g e um volume de 19 cm^3 completamente mergulhado na água. Calcule o seu peso e o seu peso aparente.

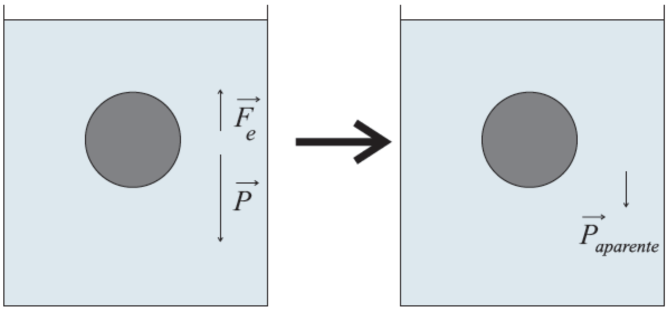


Figura 2.11 – Definição do peso aparente de um corpo mergulhado num fluido.

Resolução:

O cálculo do peso do corpo resulta em

$$P = m.g = 0{,}15kg.9{,}8m/s^2 = 1{,}47N$$

Antes de calcularmos o peso aparente, precisamos efetuar o cálculo do empuxo, o qual resulta em

$$F_e = \rho_f gV = 1.10^3 kg/m^3.9{,}8m/s^2.19.10^{-6}m^3 = 0{,}19N$$

Logo, o peso aparente do respectivo corpo vale

$$P_{aparente} = P - F_e = 1{,}47N - 0{,}19N = 1{,}28N$$

3. HIDRODINÂMICA

Até aqui estudamos a hidrostática, ou seja, o caso de fluidos em repouso e em equilíbrio. Passaremos agora a estudar alguns aspectos da hidrodinâmica, que se preocupa com fluidos em movimento. O estudo de fluidos reais é bastante complicado, de modo que precisamos analisar um fluido ideal, ou seja, um modelo matematicamente mais simples de ser trabalhado.

Para um fluido que está em movimento, o seu escoamento, ou fluxo, será laminar ou constante se cada uma das partículas do respectivo fluido percorrer uma trajetória suavemente, sem nenhuma sobreposição de trajetórias das partículas individuais. Deste modo, a velocidade do fluido será constante no tempo para qualquer ponto considerado. Por outro lado, o escoamento de um fluido poderá ser turbulento, o qual caracteriza-se por ser irregular e caótico e também pelo fato da configuração do escoamento variar com o tempo. Como exemplo, podemos citar o escoamento da fumaça que sai de um cigarro, a qual, a partir de uma certa altura, deixa de ser laminar e passa a ser turbulenta. Outro exemplo de turbulência é o caso do escoamento da água dos rios numa corredeira, quando este escoamento encontra pedras e rochas no caminho.

Quando se estudam fluidos, com frequência utiliza-se o termo viscosidade, que está ligado ao atrito interno do fluido.

Este atrito, também chamado de força viscosa, advém do atrito existente entre camadas adjacentes do fluido e que acaba oferecendo resistência ao movimento relativo entre elas. Devido à viscosidade e também a outros fatores bastante complexos, recorremos ao modelo do fluido ideal, como dissemos no início desta seção.

3.1. Escoamentos de Fluidos

O movimento da água num rio, a fumaça de uma chaminé, os ventos, são escoamentos de fluidos. O escoamento de um fluido real tem um comportamento muito complexo; assim, faremos quatro hipóteses simplificadoras, as quais definem um fluido ideal. Sob certas condições, o comportamento de um fluido real é muito próximo do ideal. As quatro hipóteses são:

1º. Escoamento não viscoso

A viscosidade é uma espécie de atrito interno ao fluido; há uma resistência ao deslizamento de uma parte do fluido sobre a outra, que provoca perda de energia mecânica, a qual é transformada em térmica. Consideremos, por exemplo, um copo cheio de água e outro cheio de leite condensado. Se virarmos os dois copos, de modo a derramarmos seus conteúdos, verificamos que a água derrama-se com mais facilidade; o leite condensado escoa mais lentamente, com mais dificuldade. Isso acontece porque o leite condensado é mais viscoso do que a água. Em certos casos a viscosidade é desejável, como nos óleos lubrificantes. *O fluido ideal tem viscosidade nula*.

2º. Escoamento Incompressível

O escoamento é dito incompressível quando a densidade do fluido não varia ao longo do percurso e também não varia em relação ao tempo. Com os líquidos, que são pouco compressíveis, isso é fácil de conseguir, mas os gases é mais difícil, pois eles são facilmente compressíveis. Porém, a uma série de situações em que a variação de densidade é pequena e pode ser desprezada.

3º. Escoamento Irrotacional

O escoamento é irrotacional quando nenhuma porção do fluido efetua movimento de rotação em torno do seu centro de massa.

4º. Escoamento Estacionário

A velocidade do fluido em qualquer ponto fixo não muda com o tempo. Neste tipo de escoamento a velocidade de um elemento de volume do fluido pode variar enquanto ele muda de posição, mas a velocidade do fluido em cada ponto do espaço permanece constante ao longo do tempo.

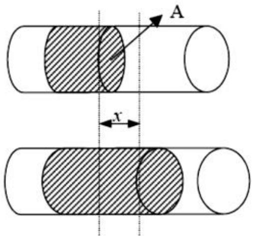
3.2. VAZÃO EM VOLUME

<u>Vazão em Volume</u> é o volume de fluido que escoa através de uma certa seção em um intervalo de tempo

$$Q = \frac{\text{volume que passou pela seção}}{\text{tempo}} = \frac{V}{t} \qquad \left(\frac{m^3}{s}, \frac{l}{s}, \frac{m^3}{h}, \frac{cm^3}{s}\right)$$

como $V = A.s \;\Rightarrow\; Q = \frac{A.x}{t} = A.\frac{x}{t} = A.v$

$\boxed{Q = v.A}$



onde, v é a velocidade média do fluido
A é a área da seção

3.3. VAZÃO EM MASSA

Vazão em Massa é a massa de fluido que escoa através de uma certa seção em um intervalo de tempo

$$Q_m = \frac{m}{t} \qquad \left(\frac{kg}{s}, \frac{kg}{h}, \frac{utm}{h}, \frac{utm}{s} \right)$$

$$\text{como} \quad \rho = \frac{m}{V} \;\Rightarrow\; m = \rho . V \;, \text{ portanto :} \qquad Q_m = \frac{\rho . V}{t} = \rho . \frac{V}{t} = \rho . Q$$

$$Q_m = \rho . Q \quad \text{e como } Q = v . A \text{, temos :}$$

$$\boxed{Q_m = \rho . v . A}$$

3.4. VAZÃO EM PESO

Vazão em peso é o peso de fluido que escoa através de uma certa seção em um intervalo de tempo

$$Q_G = \frac{G}{t} \qquad \left(\frac{N}{s}, \frac{N}{h}, \frac{Kgf}{h}, \frac{Kgf}{s} \right)$$

$$\text{como} \quad G = m . g \;\Rightarrow\; Q_G = \frac{m . g}{t} = Q_m . g = \rho . Q . g = \rho . g . Q = \gamma . Q = \gamma . v . A, \text{ portanto :}$$

$$\boxed{Q_G = \gamma . v . A}$$

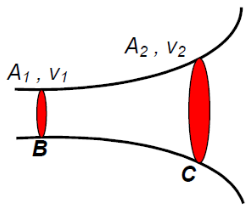
3. 5. EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE PARA REGIME PERMANENTE

No regime permanente a massa em cada seção é a mesma

$$\boxed{Q_m^1 = Q_m^2 = \text{constante}} \quad \text{em qualquer seção}$$

$$(\rho . v . A) = k \quad (\text{ equação da continuidade })$$

$$\rho_1 . v_1 . A_1 = \rho_2 . v_2 . A_2$$



Fluido incompressível: No caso em que o fluido é incompressível, como a sua massa específica é constante, a equação da continuidade poderá então ser escrita:

$$\rho_1 . v_1 . A_1 = \rho_2 . v_2 . A_2 \;, \text{ como } \rho_1 . = \rho_2 .$$

$$v_1 . A_1 = . v_2 . A_2 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{Q^1 = Q^2 = \text{constante}} \quad \text{em qualquer seção}$$

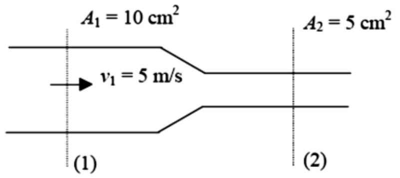
Portanto, se o fluido é incompressível a vazão em volume á a mesma em qualquer seção. A partir desta equação pode-se obter a relação de velocidades em qualquer seção do escoamento.

$$v_1 . A_1 = v_2 . A_2 \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = v_1 . \frac{A_1}{A_2}$$

Portanto, a velocidade é maior nas seções de menor área.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS:

Exercício R.1. Na tubulação convergente da figura, calcule a vazão em volume e a velocidade na seção 2 sabendo que o fluido é incompressível.



$$Q_1 = Q_2$$

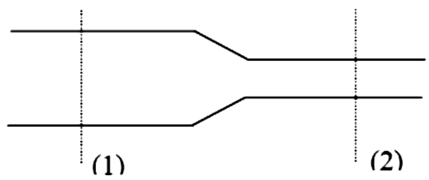
$$v_1 . A_1 = v_2 . A_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 . \frac{A_1}{A_2} = 5 . \frac{10}{5} = 10\, m/s$$

A vazão em volume é:

$$Q_1 = v_1 . A_1 = 5\left(\frac{m}{s}\right).10\left(cm^2\right)10^{-4}\left(\frac{m^2}{cm^2}\right) = 5.10^{-3}\ m^3/s = 5\,dm^3/s = 5\,l/s$$

Exercício R.2. Ar escoa em um tubo convergente. A área da maior seção do tubo é 20 cm^2 e a da menor seção é 10 cm^2. A massa específica do ar na seção (1) é 0,12 utm/m^3 enquanto que na seção (2) é 0,09 utm/m^3. Sendo a velocidade na seção (1) 10 m/s, determinar a velocidade na seção (2) e a vazão em massa.

Como o ar é um fluido compressível, a equação da continuidade é:



$$Q_m^1 = Q_m^2 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 . v_1 . A_1 = \rho_2 . v_2 . A_2$$

$$v_2 = \frac{\rho_1 . v_1 . A_1}{\rho_2 . A_2} = \frac{0{,}12\left(\frac{utm}{m^3}\right).10\left(\frac{m}{s}\right).20\left(cm^2\right)}{0{,}09\left(\frac{utm}{m^3}\right).10\left(cm^2\right)} = 26{,}7\, m/s$$

$$Q_m = \rho_1 . v_1 . A_1 = 0{,}12\left(\frac{utm}{m^3}\right).10\left(\frac{m}{s}\right).20\left(cm^2\right).10^{-4}\left(\frac{m^2}{cm^2}\right) = 2{,}4.10^{-3}\ \frac{utm}{s}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS:

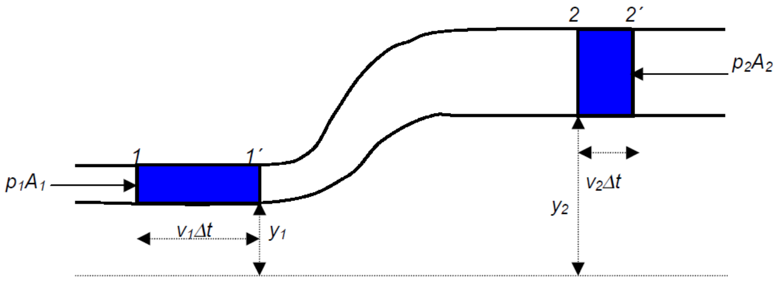
Exercício P.1. Água é descarregada de um tanque cúbico de 5 m de aresta por um tubo de 5 cm de diâmetro localizado na base. A vazão de água no tubo é 10 L/s. Determinar a velocidade de descida da superfície livre da água do tanque e, supondo desprezível a variação de vazão, determinar o tempo que o nível da água levará para descer 20 cm.

Respostas: 4. 10^{-4} m/s; 500 s

Exercício P.2. Dois reservatórios cúbicos de 10 m e 5 m de aresta, são enchidos por água proveniente de uma mesma tubulação em 500 s e 100 s, respectivamente. Determinar a velocidade da água na tubulação sabendo que o seu diâmetro é 1,0 m. **Resposta:** 4,13 m/s

3. 6. EQUAÇÃO DE BERNOUILLI

A equação de Bernoulli relaciona variação de pressão, variação de altura e variação de velocidade em um fluido incompressível num escoamento estacionário. Ela é obtida como uma consequência da conservação da energia. Considere um tubo de largura variável por onde entra um fluido à esquerda e sai à direita, como mostra a figura a seguir.



À esquerda, o tubo tem seção transversal de área A_1 e à direita ele tem uma seção transversal de área A_2. À esquerda, parte inferior do tubo está a uma certa altura y_1 de um certo referencial e a parte superior do tubo à direita está a uma altura y_2 desse mesmo referencial.

Vamos considerar o movimento deste fluido que num dado instante ocupa o volume entre os planos *1* e *1´* na figura, e depois de um intervalo de tempo Δ*t* ele passa a ocupar o volume entre os planos *2* e *2´* .

É possível demonstrar que a equação de Bernoulli pode ser escrita da seguinte forma:

$$\boxed{p_1 + \rho g y_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g y_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}}$$

$$p + \rho g y + \frac{\rho v^2}{2} = \text{constante}$$

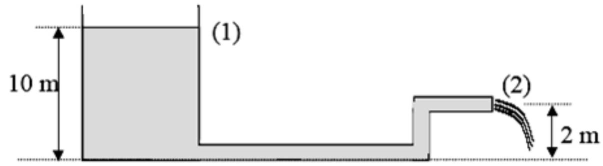
OBSERVAÇÕES

1ª) Na equação de Bernouilli, a pressão ***p*** é chamada de ***pressão estática*** ou absoluta; o termo $\frac{\rho v^2}{2}$ chamado de ***pressão dinâmica***. Alguns autores chamam a soma $p + \frac{\rho v^2}{2}$ de ***pressão total***.

2ª) Sendo p_a a pressão atmosférica e ***p*** a pressão estática em um ponto, a diferença $p - p_a$ é chamada de ***pressão efetiva ou relativa nesse ponto***.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Exercício R.1. O tanque da figura tem grandes dimensões e descarrega água pelo tubo indicado. Considerando o fluido ideal, determinar a vazão em volume de água descarregada, se a seção do tubo é 10 cm^2.



Para aplicar a equação de Bernoulli adotamos como seção (1) a superfície livre da água e (2) a saída do tubo. Portanto, temos que:

$$\mathbf{p_1 + \rho g y_1} + \frac{\rho v_1^2}{2} = \mathbf{p_2 + \rho g y_2} + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

Como adotamos a escala efetiva de pressão, as pressões P_1 e P_2 são nulas pois, são iguais à pressão atmosférica. Em relação ao plano de referência, temos que:

$y_1 = 10$ e $y_2 = 2$

Como o tanque tem grandes dimensões, a velocidade da superfície livre da água pode ser considerada desprezível. Portanto:

$$v_1 = 0$$

Logo, a equação de Bernoulli fica reduzida à:

$$\rho g y_1 = \rho g y_2 + \frac{\rho v_2^{\,2}}{2}$$

Dividindo ambos os lados por ρg

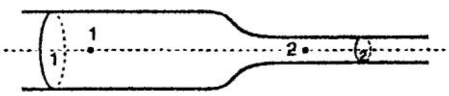
$$h_1 = h_2 + \frac{v_2^2}{2.g} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2.g.(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \times 9{,}8\left(\frac{m}{s^2}\right) \times (10-2)(m)} \Rightarrow \boxed{v_2 = 12{,}5\, m/s}$$

A vazão em volume será:

$$Q = v_2 \,.\, A_2 = 12{,}5\left(\frac{m}{s}\right) \times 10 \times 10^{-4}\,(m^2) = 0{,}0125\, m^3/s \Rightarrow \boxed{Q = 12{,}5\, l/s}$$

EXERCÍCIO PROPOSTO:

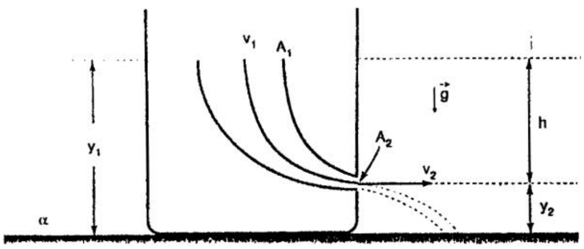
Exercício P.1. A figura mostra uma tubulação disposta horizontalmente, por dentro da qual escoa um fluido ideal de densidade $6{,}0\,.10^2$ kg/m^3. As áreas das seções retas S_1 e S_2 são, respectivamente, $5{,}0.10^{-4}$ m^2 e $2{,}5.10^{-4}$ m^2.



Sabendo que no ponto ***1*** a velocidade é 2m/s e a pressão é $5{,}40\ .\ 10^4$ Pa, vamos calcular a velocidade e a pressão no ponto ***2***. Com relação à velocidade, usaremos a equação de continuidade:

3.7. EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Um recipiente contém um líquido de densidade ***d*** que escoa por um pequeno orifício de área A_2, situado a uma altura y_2 em relação a um plano horizontal α. O nível superior do líquido está a uma altura y_1, que obviamente diminui à medida que o líquido escoa pelo orifício. Seja A_1 a área da seção reta do recipiente na altura y_1.



Como o recipiente é aberto, tanto na parte superior como no orifício a pressão é igual à pressão atmosférica (p_a):

$$p_1 = p_2 = p_a$$

Vamos supor que A_1 seja muito maior que A_2 ($A_1 >> A_2$). Assim, pela equação de continuidade ($A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$), podemos admitir que $v_1 \cong 0$. Apliquemos então a equação de Bernouilli aos pontos ***1*** (situado na parte mais alta do líquido) e ***2*** (situado no orifício): É interessante observar que essa velocidade é a mesma que obteríamos para uma partícula que tivesse sido abandonada em repouso, de uma altura ***h***, desprezando a resistência do ar.

Devemos observar também que ***h*** diminui à medida que o líquido escoa; no entanto, na hipótese $A_1 >> A_2$, essa diminuição é bastante lenta.

$$\boxed{v^2 = 2g\Delta h}$$

EXERCÍCIO PROPOSTO:

Exercício P.1. Um vaso possui água até uma altura de 125 cm num local onde g=10m/s^2. Sabendo que existe um orifício de 40 cm^2 na base do mesmo, determine a velocidade de escoamento e a vazão.

Exercício P.2. Um reservatório contém água. A 5m de profundidade existe um orifício praticado na parede do recipiente de área de secção reta 8 cm^2.

Considerando g= 10m/s^2, determine a vazão em litros por segundo.