

MOTOR ELÉTRICO DE INDUÇÃO: “UMA DAS DEZ MAIORES INVENÇÕES DE TODOS OS TEMPOS”^{+*}

Fernando Lang da Silveira

Instituto de Física – UFRGS

Porto Alegre – RS

Nelson Luiz Reyes Marques

Instituto Federal Sul-Rio-Grandense

Campus Pelotas-Visconde da Graça – Pelotas – RS

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar dois projetos de motores elétricos de indução efetiváveis em um laboratório de ensino de eletromagnetismo. O motor elétrico de indução, cuja patente original é de Nikola Tesla (1888), surpreendentemente está ausente nos livros de física geral de Ensino Médio ou Superior e, também, não é encontrado usualmente em laboratórios de ensino de física. Além da inegável importância de tal tipo de motor no cotidiano, seja nos eletrodomésticos, seja em máquinas de alta potência, ele ilustra belamente a Lei de Faraday-Lenz.

Palavras-chave: *Motor de indução. Lei de Faraday-Lenz. Corrente alternada.*

Abstract

Two projects for electrical induction motors possible to be produced in electromagnetism teaching laboratory are presented

⁺ Electrical induction motor: “one of the 10 greatest discoveries of all times”

^{*} *Recebido: fevereiro de 2012.
Aceito: abril de 2012.*

in this paper. Electrical induction motors, whose the original patent was created by Nikola Tesla (1888), are surprisingly missing in general Physics textbooks for High School or for graduation courses, and are not usually found in Physics teaching laboratories. Besides the unquestionable importance of this kind of engine in everyday life, either in household appliances or in high power machines, it nicely illustrates the Faraday-Lenz law.

I. Introdução

Os motores elétricos de indução são usados em equipamentos das mais diversas dimensões: desde os pequenos eletrodomésticos até as grandes máquinas com potência de muitos quilowatts.

A invenção do primeiro motor de indução¹ aconteceu no verão de 1883 em Estrasburgo (França) pelo cientista e inventor sérvio-americano Nikola Tesla (1856-1946). A patente do seu primeiro motor de indução aconteceu em 1888. Segundo o **Tesla Memorial Society of New York** “*Tesla's AC Induction Motor is one of the 10 greatest discoveries of all time*”^{2,3}

(<http://www.teslasociety.com/hall_of_fame.htm> Acesso em: 08 abr. 2012)

Na literatura especializada em eletrotécnica e eletricidade para engenheiros (por exemplo, GRAY; WALLACE, 1978; GUSSOW, 1997), nos capítulos relativos a geradores e motores, os diversos tipos de motores de indução são des-

¹ Em janeiro de 1877, quando Tesla era aluno na cadeira de Física Teórica e Experimental no Real Gymnasium em Karlstadt, sugeriu ao Prof. Poeschl que deveria ser possível construir uma máquina elétrica sem escovas e coletor (WHITE, 2003). Apesar de o professor ter Tesla em alta conta, considerou impossível tal máquina, julgando que se constituiria em um moto-perpétuo!

² *O motor AC de indução de Tesla está entre as 10 maiores invenções de todos os tempos.*

³ As máquinas de indução (motores e geradores) são consideradas uma das “10 maiores invenções de todos os tempos”, pois toda a eletrificação mundial acontecida a partir do final do século XIX, possibilitando a Segunda Revolução Industrial, dependeu (e hoje ainda depende) delas. No final da década de 80 e início de 90 do século XIX, houve a nada ética “guerra das correntes”, digladiando-se Thomas Edison (defensor da corrente contínua) e George Westinghouse (defensor da corrente alternada). A corrente alternada preponderou e sem a tecnologia idealizada por Tesla, registrada em quase 300 patentes, não teria sido possível a “era da eletricidade” que então se iniciou. Tesla não usufruiu financeiramente destas patentes como poderia, morrendo com 87 anos, em 1943, na pobreza em um quarto de hotel (WHITE, 2003).

critos, privilegiando uma abordagem técnica do assunto. Entretanto, os motores de indução estão ausentes (sequer são mencionados!) nos livros-texto de física geral por nós conhecidos, seja de Ensino Médio ou Superior, nem tampouco fazem parte dos laboratórios de ensino de física. Na literatura especializada em ensino de física, encontramos um artigo que trata, entre outros temas, do motor de indução, abordando-o através de uma matemática que envolve equações diferenciais de segunda ordem (SASLOW, 1987), carecendo de uma discussão conceitual e qualitativa.

O objetivo deste artigo é apresentar dois motores de indução que podem ser facilmente construídos em um laboratório de eletromagnetismo. Os fundamentos teóricos de tais motores, onde a *Lei de Faraday-Lenz* é de capital importância (além de outros tantos conhecimentos de eletromagnetismo), também serão discutidos sucintamente, em nível acessível a um estudante de física geral em uma disciplina elementar de eletromagnetismo. Deixando, para os apêndices, detalhes um pouco mais elaborados do ponto de vista matemático, privilegiamos, no texto principal, os aspectos conceituais envolvidos na compreensão destas máquinas.

II. Um motor de indução

O nosso motor de indução é monofásico em tensão de alimentação. Portanto, pode ser conectado a uma fonte com saída em baixa tensão alternada. Utilizamos efetivamente uma antiga fonte Bender (encontrada em muitos laboratórios de física geral até hoje); desta fonte podem-se demandar correntes elétricas com intensidades de até 5 A, valor este que, como veremos adiante, é compatível com o nosso motor.

Para construir o motor, utilizamos uma bobina Leyboldt com 500 espiras e outra com 250 espiras (diâmetro externo da bobina: 7,5 cm; comprimento da bobina: 7,1 cm) e núcleos de ferro laminado com seção reta quadrada (dimensões dos núcleos: 4 cm por 4 cm por 15 cm); adicionalmente, também fez-se necessário um capacitor⁴ com capacitância de 100 μ F. Da bobina de 250 espiras, foram efetivamente utilizadas apenas 125 espiras.

O rotor (espira rotora) do motor constitui-se em um “anel” (coroa cilíndrica) de alumínio com diâmetro interno de 3,5 cm, espessura da parede de 2 mm e largura de 1 cm (a coroa foi obtida serrando-se um cano de alumínio). O “anel”

⁴ Tal capacitor pode ser facilmente adquirido no comércio especializado em equipamentos elétricos por cerca de R\$ 20,00. O capacitor que efetivamente utilizamos é um “capacitor de partida” de máquina de lavar roupa.

teve perfurada a sua parede em dois pontos diametralmente opostos, passando-se por eles um fio de aço fino, permitindo assim a rotação do “anel” em torno deste eixo, o qual, por sua vez, é apoiado em um suporte⁵.

A Fig. 1 apresenta uma fotografia do motor (duas bobinas, capacitor, espira rotora), bem como a fonte Bender em segundo plano.

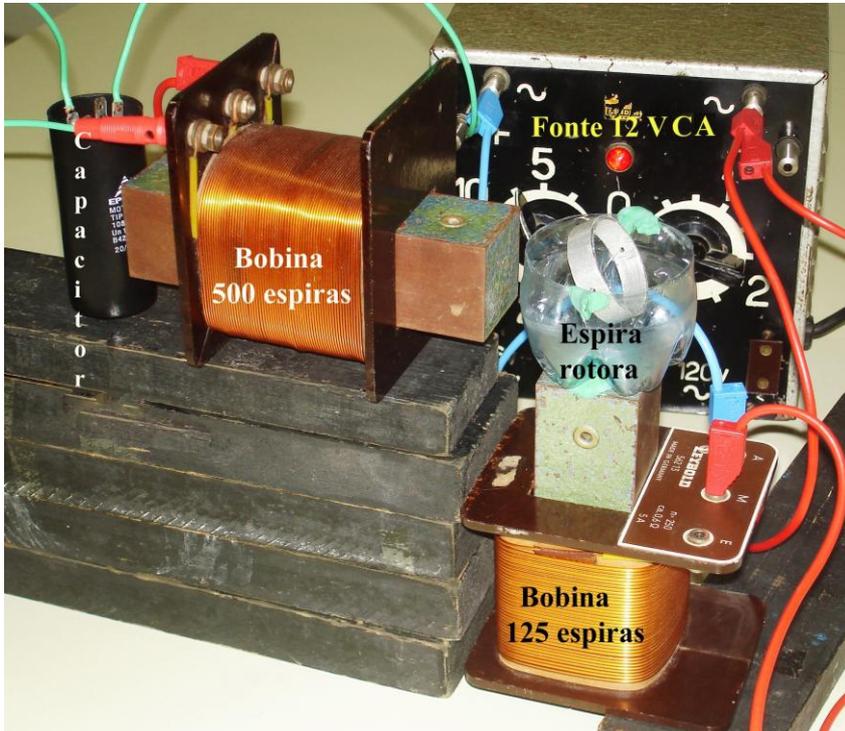


Fig. 1 - O motor de indução monofásico com um capacitor, em série com uma das bobinas.

Conforme se observa na Fig. 1, as duas bobinas estão posicionadas de maneira que os campos magnéticos por elas produzidos estejam cruzados no espa-

⁵ O suporte é constituído por um fundo de garrafa pet sobre o qual se apoia o eixo da espira. Massa de modelar impede que o eixo desencaixe e gruda o fundo da garrafa no núcleo de ferro.

ço onde está posicionada a espira rotora. A bobina superior de 500 espiras, junto com o capacitor associado em série com ela, constituiu o que denominaremos *ramo superior*, sendo os seus terminais conectados aos terminais da fonte. A bobina de 125 espiras constitui o ramo inferior, que tem os seus terminais também conectados diretamente à fonte. Assim sendo, quando a fonte é ligada, ambos os ramos deste circuito (que estão associados em paralelo) são alimentados em tensão alternada não superior a 12 V, e a espira rotora passa a se movimentar, girando, em seguida, em alta rotação. Um vídeo do motor pode ser visto em <http://www.if.ufrgs.br/~lang/Motor_inducao.wmv>. (Acesso em: 08 abr.2012).

No apêndice II, apresentamos outro motor, o qual utiliza, no lugar do capacitor, um resistor.

Nas próximas seções, discutiremos alguns aspectos teóricos relacionados ao motor de indução.

III. O campo magnético girante

Para efetivar um motor de indução, é de capital importância a produção de um campo magnético que gire. Campos magnéticos pulsantes (oscilantes) são facilmente gerados por bobinas alimentadas com corrente elétrica alternada (CA). O campo magnético em um ponto próximo a uma bobina com tal alimentação oscilará em fase com a CA, cuja frequência é 60 Hz. Se considerarmos um ponto sobre o eixo de simetria de uma bobina, haverá uma indução magnética orientada segundo o eixo da bobina, que terá sua intensidade e seu sentido variando harmonicamente no tempo com período de 1/60 s.

Assim, no ponto em que as retas horizontal e vertical (correspondentes aos eixos das bobinas superior e inferior, respectivamente) se interceptam, haverá uma indução magnética resultante \mathbf{B} , obtida através da soma vetorial das induções magnéticas $\mathbf{B}_{\text{Horizontal}}$ produzida pela bobina superior e $\mathbf{B}_{\text{Vertical}}$ produzida pela bobina inferior. Se ambas as bobinas forem alimentadas em CA, estas componentes serão ambas oscilantes.

A Fig. 2 representa as duas bobinas (supostas idênticas) percorridas pelas correntes elétricas senoidais, cujos gráficos em função do tempo estão traçados à esquerda: $i(t)$ com fase inicial nula, para a bobina superior, enquanto que, para a bobina inferior, consideramos duas correntes elétricas $i_1(t)$ e $i_2(t)$ com fases iniciais não nulas e distintas. A fase inicial para i_1 corresponde a $\frac{1}{4}$ de ciclo (ou 90°); a fase inicial para i_2 corresponde a $\frac{1}{8}$ de ciclo (ou 45°).

Na região contígua a ambas as bobinas (local apropriado para localizar a espira rotora), corresponderão, portanto, duas composições distintas,

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_{\text{Horizontal}} + \mathbf{B}_{\text{Vertical 1}} \text{ ou } \mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_{\text{Horizontal}} + \mathbf{B}_{\text{Vertical 2}}$$

para as induções magnéticas resultantes, dependendo se a corrente que circula pela bobina inferior for i_1 ou i_2 respectivamente. Se o ponto considerado for equidistante de ambas as bobinas, a situação será aquela apresentada na Fig. 2, onde \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 são ambos girantes, isto é, mudam de orientação circulando periodicamente, sendo que o primeiro tem intensidade constante, enquanto que o último tem intensidade variável.

Dessa forma, mostramos que um campo magnético girante pode ser obtido se a diferença de fase inicial entre as correntes elétricas for não nula; entretanto, para que se estabeleça um campo girante com intensidade pouco variável, a diferença de fase inicial deverá ser de aproximadamente $\frac{1}{4}$ de ciclo (ou 90°).

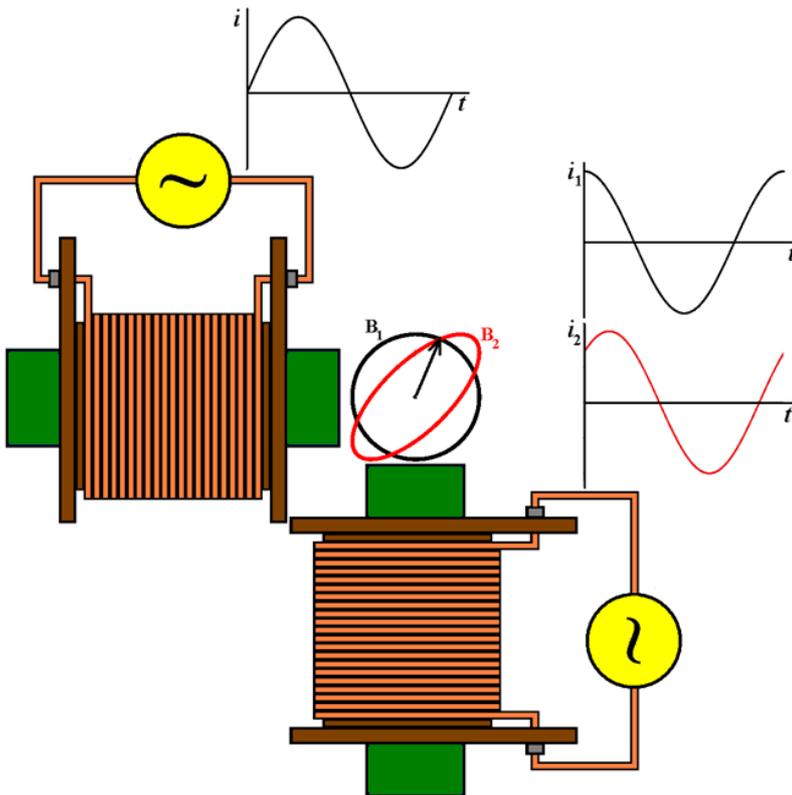


Fig. 2 - Duas bobinas geram um campo magnético girante caso as correntes elétricas que as percorrem tenham fases iniciais diferentes.

IV. Como obter correntes elétricas defasadas no tempo

Como é bem sabido, a corrente elétrica e a tensão sobre um particular elemento podem não estar em fase: em um elemento puramente resistivo, de fato estão em fase; em um elemento puramente indutivo, a corrente se atrasa um quarto de ciclo em relação à tensão no elemento; em um elemento puramente capacitivo, a corrente se adianta um quarto de ciclo em relação à tensão no elemento.

Uma bobina se constitui em um elemento que possui resistência elétrica e indutância. Na bobina de 500 espiras que utilizamos, com núcleo de ferro, a sua reatância indutiva (cerca de 40Ω) é muito maior do que a sua resistência elétrica (cerca de $2,5 \Omega$). Na bobina de 125 espiras, também a reatância indutiva (cerca de $2,6 \Omega$) excede em muito a sua resistência elétrica (cerca de $0,3 \Omega$). De um modo geral, em bobinas com núcleo de ferro, tal situação costuma acontecer. A preponderância da reatância indutiva sobre a resistência elétrica determina um grande retardo – próximo de $\frac{1}{4}$ de ciclo ou 90° – da corrente elétrica em relação à tensão de alimentação.

Se um capacitor for colocado em série com uma bobina, ambas as reatâncias se subtraem. Se a sua reatância capacitiva tiver valor semelhante ao da reatância indutiva, elas quase se anulam, e em consequência a tensão sobre a associação em série dos dois elementos terá uma pequena defasagem em relação à corrente elétrica⁶. Portanto, é possível alterar a defasagem entre a corrente elétrica e a tensão pela introdução de um capacitor em série com a bobina, sendo isto efetivado em nosso motor. No ramo onde se encontram a bobina e o capacitor, dado que suas reatâncias são semelhantes (de fato a reatância capacitiva é um pouco maior do que a reatância indutiva em nosso motor⁷), a corrente elétrica e a tensão estão quase em fase. O outro ramo, que contém apenas a bobina, apresenta (conforme exposto no parágrafo anterior) uma defasagem de cerca de $\frac{1}{4}$ de ciclo entre a tensão e a corrente. Dessa forma, apesar de os dois ramos estarem sendo alimentados com a mesma fase em tensão (dado que eles estão em paralelo e ligados cada um à mesma fonte), apresentam correntes elétricas com defasagem de cerca de $\frac{1}{4}$ de ciclo ou 90° e, então, na região onde se encontra o rotor, é produzido o campo magnético

⁶ No caso das duas reatâncias terem efetivamente o mesmo valor, a defasagem é nula e, tecnicamente, diz-se que a bobina e o capacitor estão em *ressonância*.

⁷ Conforme apresentamos no Apêndice I, a reatância indutiva é 39Ω e a reatância capacitiva é 42Ω .

girante. O motor é dito MONOFÁSICO⁸, pois a alimentação em tensão é monofásica, sendo bifásico nas correntes elétricas que circulam nas bobinas.

No apêndice I, apresentamos as medidas realizadas no motor com o objetivo de testar se a reatância capacitiva é semelhante à reatância indutiva e, também, de avaliar, apenas com um multíteste, a defasagem entre as correntes nas duas bobinas. De acordo com aqueles cálculos o nosso motor apresenta uma defasagem de 93° entre ambas as correntes elétricas, situação quase ideal para a produção do campo magnético girante.

No apêndice II, apresentamos outra forma de defasar as correntes elétricas nos dois ramos sem a utilização de um capacitor, usando-se um resistor.

V. Torque exercido no rotor e o movimento do rotor

O rotor está imerso em uma região na qual existe um campo magnético girante e, devido às variações de fluxo magnético através da espira, segundo a *Lei de Faraday-Lenz*, ocorre uma força eletromotriz (fem) induzida. Como a espira é condutora, estabelecer-se-á uma corrente elétrica induzida e, portanto, a espira apresentará um momento de dipolo magnético \mathbf{m} (vide Fig. 3). O momento de dipolo magnético é um vetor perpendicular ao plano da espira, com orientação obedecendo à regra da mão direita, cuja intensidade é proporcional à área A delimitada pela espira e à intensidade i da corrente elétrica nela induzida. Se a espira estiver sujeita a uma indução magnética \mathbf{B} externa a ela, ocorrerá um torque magnético $\boldsymbol{\tau}_B$ igual ao produto vetorial de \mathbf{m} por \mathbf{B} . Caso a espira possa girar, este torque tende a alinhar o vetor \mathbf{m} com o vetor \mathbf{B} .

No caso do motor de indução, como o campo magnético não é estático, o alinhamento de \mathbf{m} com \mathbf{B} somente aconteceria se a espira girasse com a mesma velocidade angular do campo. Logo, a espira rotora “persegue” o campo, girando cada vez mais rápido; caso o rotor girasse de tal forma que a velocidade do campo em relação a ele fosse nula, não mais haveria variações de fluxo magnético e, conseqüentemente, a fem e a corrente induzida seriam nulas. Entretanto, mesmo que o rotor gire “livre”, há necessidade, para manter a sua velocidade angular constante, de um torque magnético que contrabalance a resistência mecânica à rotação. Portanto, mesmo “livre”, o rotor nunca poderá girar com a mesma velocidade angular

⁸ Motores elétricos POLIFÁSICOS têm em suas diferentes bobinas (2 ou mais bobinas) alimentação em tensão com fases diversas.

do campo, embora possa atingir uma rotação com frequência semelhante⁹ à do campo (para o nosso motor, a frequência de rotação do campo é 60 Hz). No caso de aumentar a resistência mecânica da rotação, diminuindo, então, a velocidade angular do rotor, aumenta a velocidade do campo magnético em relação ao rotor, crescendo a fem induzida e a corrente elétrica induzida, e, conseqüentemente, ocorrendo um torque magnético maior.

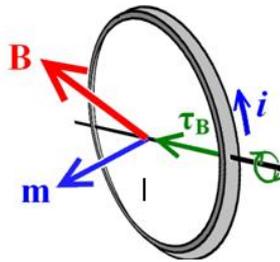


Fig. 3 - Espira com corrente elétrica imersa em um campo magnético sofre torque magnético.

No apêndice III, calculamos o torque magnético sobre o rotor e justificamos quantitativamente as afirmações feitas nesta seção.

VI. Conclusão

O estudo dos motores de indução monofásicos é um excelente tema para por em prática um conjunto de conhecimentos do eletromagnetismo, ilustrando de maneira surpreendente a *Lei de Faraday-Lenz*¹⁰. Entretanto, o tema está ausente dos livros de física geral dos ensinos superior e médio. Tal tipo de motor pode ser ligado na rede elétrica normalmente disponível em qualquer residência, sendo inquestionável a sua presença e importância no nosso cotidiano.

⁹ Uma medida com luz estroboscópica revelou que o rotor de nosso motor girava “livre” com frequência de aproximadamente 50 Hz.

¹⁰ Nossos alunos (e alguns colegas professores também) demonstraram espanto ao visualizarem a espira rotora operando sem condutores que a conectem ao restante do sistema. A surpresa é justificável, pois o único conhecimento que eles parecem possuir é sobre motores de CC, onde são indispensáveis as conexões elétricas entre o rotor e a fonte de alimentação.

A utilização do motor de indução monofásico, no laboratório de ensino de uma disciplina elementar de eletromagnetismo, permite discutir de uma forma atraente vários tópicos, tais como: aplicações da *Lei de Faraday-Lenz*, a ocorrência de torque magnético sobre uma espira ou sobre uma bobina com corrente elétrica imersa em campo magnético, a defasagem usualmente existente entre a corrente elétrica e a tensão de alimentação em sistemas reativos, a composição de campos oscilantes para se produzir um campo girante, e a utilização de capacitores ou de resistores associados com bobinas para alterar a fase da corrente elétrica. Medidas elétricas nos diversos elementos dos motores que construímos ensejam a demonstração de aparentes violações das *Leis de Kirchoff* para circuitos elétricos e a necessidade de tratar tais medidas não como escalares, mas como fasores.

Nas seções principais deste texto, procuramos uma abordagem conceitual para o funcionamento dos motores propostos, remetendo para os apêndices os detalhes teóricos e matemáticos necessários ao aprofundamento um pouco maior dos assuntos envolvidos. A nossa expectativa, ao tratarmos de maneira prática e conceitual estes temas, é a de facilitar aos estudantes a apreensão de tais tópicos, mostrando a sua relevância para a tecnologia, auxiliando no esclarecimento de certas dúvidas que costumeiramente ocorrem na aprendizagem do eletromagnetismo.

Visto que o tema dos motores elétricos de indução é de extrema relevância teórica e prática, encontrando-se agora ausente no ensino de física, acreditamos que este trabalho possa despertar o interesse para ele¹¹, introduzindo-o na nossa discussão acadêmica.

Agradecimento

Agradecemos à Prof^a Maria Cristina Varriale, do IM-UFRGS, pela leitura criteriosa e pelas importantes contribuições. Aos árbitros do CBEF, somos gratos pelas sugestões que permitiram aprimorar o artigo.

Referências bibliográficas

GRAY, A.; WALLACE, G. A. **Princípios Eletrotécnica**. Rio de Janeiro: LTC, 1978.

¹¹ Enviamos para a CIDEPE (<<http://www.cidepe.com.br/>> Acesso em: 08 abr. 2012) o projeto do motor de indução. Segundo os responsáveis pela produção dos materiais, em breve, tal motor fará parte dos seus equipamentos de eletromagnetismo.

GUSSOW, M. **Eletricidade Básica**. São Paulo: Pearson Education, 1997.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física**. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 3

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica 3 - Eletromagnetismo**. São Paulo: Edgard Blucher, 1997.

SASLOW, W. M. Electromechanical implications of Faraday's law: A problem collection. **Am. J. Phys.**, v. 55, n. 11, p. 986-996, 1987.

WHITE, M. **Rivalidades produtivas**. Rio de Janeiro: Record, 2003.

Apêndice I - Avaliando a quase ressonância da bobina com o capacitor e a defasagem entre as correntes elétricas nas duas bobinas

Conforme exposto na seção 4, deseja-se uma pequena defasagem entre a tensão elétrica sobre a associação em série da bobina com o capacitor e a corrente elétrica que acontece nesta associação, ou seja, a bobina e o capacitor devem estar em regime de (quase) *ressonância*. Apenas com um multíteste é possível fazer as medidas necessárias para investigar se está ou não ocorrendo o comportamento desejado; para efetivar os cálculos que completam a investigação, necessita-se de uma teoria elementar sobre circuitos de CA, especialmente o tratamento fasorial para tais medidas, conforme encontrado em textos de física geral (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009; NUSSENZVEIG, 1997). O resultado da investigação pode conduzir a que se utilize outro capacitor em série com a bobina, caso seja verificado que o sistema está longe da *ressonância*. Exemplificaremos com o nosso motor.

Mediu-se a tensão elétrica eficaz sobre a bobina com um multíteste, sobre o capacitor e sobre a associação de ambos, resultando, respectivamente, 76,3 V, 71,0 V e 10,8 V. A figura 4 representa a associação em série da bobina de 500 espiras com o capacitor (ramo superior), em paralelo com a bobina de 125 espiras (ramo inferior), ambos os ramos excitados pela fonte CA de 10,8 V, 60 Hz. Além das medidas de tensão eficaz, apresentamos, também, as medidas de corrente eficaz na fonte (4,4 A), no ramo superior (1,8 A) e no ramo inferior (4,1 A).

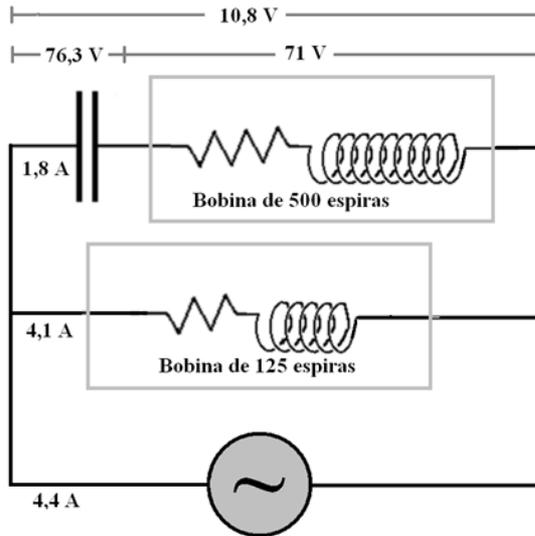


Fig. 4 - Medidas de tensão eficaz e intensidade da corrente elétrica eficaz em diversos componentes do motor.

Os valores explicitados na Fig. 4 aparentemente violam as *Leis de Kirchoff*. De fato, as *Leis de Kirchoff* são aplicáveis aos valores *instantâneos* de corrente e tensão. Como nossas medidas são de valores *médios* (valores rms ou eficazes), estes devem ser tratados não como escalares, mas como fasores. A Fig. 5 representa, no lado esquerdo, o diagrama de fasores para as tensões no ramo superior. O fasor de tensão eficaz no capacitor¹² (76,3 V) está quase em oposição¹³ ao fasor de tensão eficaz na bobina¹⁴ (71,0 V) e a soma vetorial de ambos resulta no

¹² Dividindo-se a tensão eficaz no capacitor pela corrente eficaz se obtém a reatância capacitiva (42 Ω).

¹³ A não oposição perfeita de ambos os fasores se dá devido à existência de resistência elétrica na bobina.

¹⁴ Dividindo-se a tensão eficaz na bobina pela corrente eficaz, obtemos a sua impedância (37 Ω). O quadrado da impedância é igual à soma do quadrado da resistência de bobina com o quadrado da sua reatância indutiva. Como a resistência da bobina é 2,5 Ω , a sua reatância indutiva resulta em 37 Ω (aproximadamente igual à impedância da bobina).

fasor de tensão total sobre a associação em série (tensão eficaz na fonte que vale 10,8 V). Como os valores de tensão eficaz na bobina e no capacitor são semelhantes, está configurada a quase *ressonância* deste ramo, conforme era desejado.

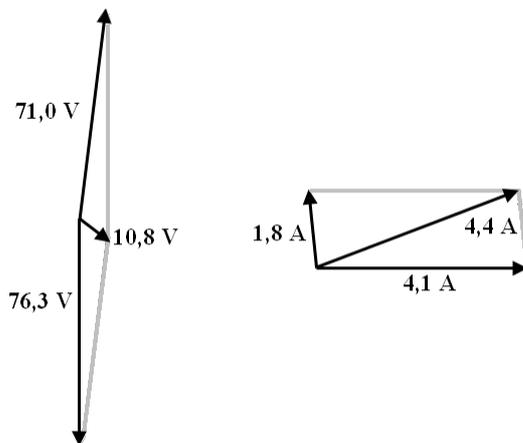


Fig. 5 - Diagrama de fasores para as tensões elétricas eficazes e as intensidades das correntes elétricas eficazes.

A Fig. 5 também representa, no lado direito, os fasores para as correntes elétricas eficazes nas duas bobinas e na fonte. Calculando-se o ângulo entre os fasores que representam as intensidades das correntes eficazes nas duas bobinas, encontra-se 93° , caracterizando a desejada defasagem de cerca de $\frac{1}{4}$ de ciclo.

Apêndice II - Defasando as correntes elétricas nos dois ramos com um resistor

Outra maneira de produzir a defasagem entre as correntes elétricas nas duas bobinas é associar, em série com uma das bobinas, um resistor com resistência elétrica suficientemente grande (adiante esclareceremos mais sobre o valor da resistência). Conforme exposto na seção 4, a defasagem entre a corrente elétrica e a tensão em bobinas com núcleo de ferro é usualmente próxima de $\frac{1}{4}$ de ciclo. Então, se um resistor com resistência maior do que a reatância indutiva da bobina for associado em série com a bobina, ocorrerá uma redução da defasagem entre a corrente elétrica e a tensão sobre toda a associação. A foto da Fig. 6 mostra o motor com uma bobina com 250 espiras (reatância indutiva cerca de 10Ω) associada em

série com um aquecedor elétrico¹⁵ de água (resistência elétrica de aproximadamente 30 Ω que, quando banhada em água, pode dissipar a potência de 400 W). A outra bobina tem 500 espiras, e é ligada diretamente à fonte que alimenta os dois ramos com tensão alternada de 80 V. Um vídeo do motor em funcionamento pode ser visto em <www.if.ufrgs.br/~lang/Motor_indut_res.wmv>. (Acesso em: 08 abr. 2012).

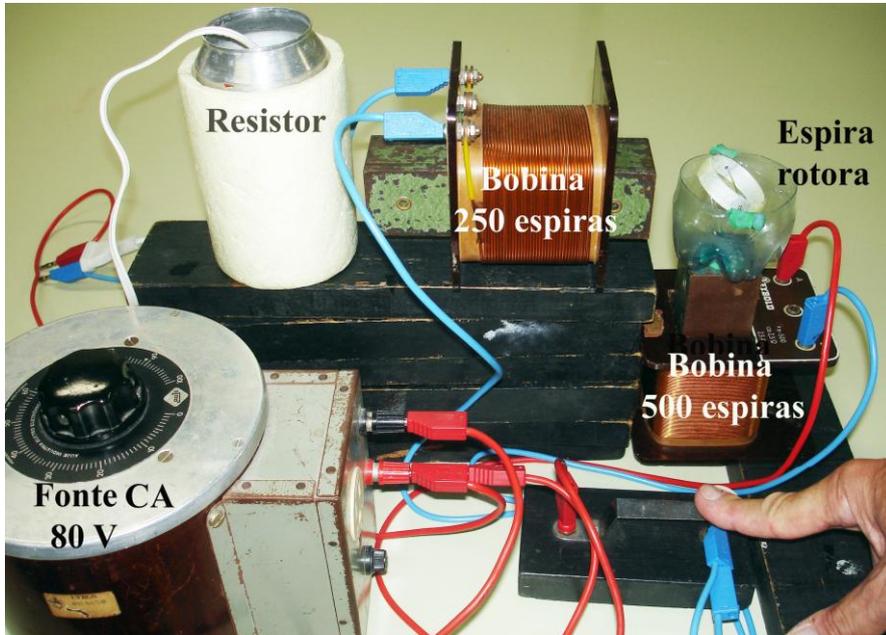


Fig. 6 - Motor de indução monofásico com resistor em série com uma das bobinas.

Avaliamos a defasagem entre as correntes nas duas bobinas pelo mesmo procedimento utilizado no apêndice I, resultando em 77°.

Apêndice III - Calculando o torque magnético exercido no rotor

Para calcularmos o torque magnético na espira, admitiremos que ela gire com velocidade angular constante ω_E menor do que a velocidade angular ω da

¹⁵ O aquecedor elétrico está oculto, no interior da latinha de cerveja, imerso em água.

indução magnética \mathbf{B} . Assim sendo, no sistema de referência da espira, o campo magnético gira com uma velocidade angular relativa à espira ω_{rel} igual a $(\omega - \omega_E)$. Adicionalmente, usaremos um modelo para a espira rotora que desconsidera sua autoindutância e, portanto, negligencia a sua reatância indutiva¹⁶.

De acordo com a situação descrita no início da Seção 5, e ilustrada na Fig. 3, o torque magnético τ_B exercido sobre o momento de dipolo magnético \mathbf{m} na espira, em resposta a uma indução magnética externa \mathbf{B} , é obtido por

$$\tau_B = \mathbf{m} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

cujos módulos são dados por

$$\tau_B = m \cdot B \cdot \sin\theta, \quad (2)$$

onde θ é o ângulo entre \mathbf{B} e a normal ao plano da espira.

Por outro lado, representando por i a intensidade da corrente elétrica induzida na espira que delimita uma área A , tem-se que

$$\mathbf{m} = i \cdot A \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{R} \right), \quad (3)$$

onde R é a resistência elétrica da espira (estamos desprezando a sua reatância indutiva), e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é a força eletromotriz (fem) induzida na espira.

Substituindo este resultado na eq. (2), obtemos que

$$\tau_B = \frac{\boldsymbol{\varepsilon} \cdot A \cdot B \cdot \sin\theta}{R}. \quad (4)$$

A força eletromotriz (fem) induzida $\boldsymbol{\varepsilon}$ na espira é dada pela *Lei de Faraday-Lenz*:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = - \frac{d}{dt} \Phi_B, \quad (5)$$

onde Φ_B é o fluxo magnético através da espira que depende de B , A e θ através de

$$\Phi_B = B \cdot A \cdot \cos\theta,$$

donde

¹⁶ Pelas dimensões da espira rotora, e dado que ela é constituída por alumínio, podemos estimar a sua resistência elétrica R em $1,5 \cdot 10^{-4} \Omega$ e a sua autoindutância L em $3,2 \cdot 10^{-8} \text{ H}$. A reatância indutiva X_L em 60 Hz é, portanto, $1,2 \cdot 10^{-5} \Omega$. Dessa forma, mesmo na partida do rotor, quando a frequência do campo magnético girante em relação à espira é máxima, tem-se $R \gg X_L$, e, portanto, um modelo que desconsidere a autoindutância do rotor é adequado para o nosso motor.

$$\varepsilon = B \cdot A \cdot \text{sen}\theta \cdot \frac{d}{dt}\theta. \quad (7)$$

Assim, substituindo (7) em (4), escrevemos o módulo τ_B do torque magnético, sob a forma

$$\tau_B = \frac{A^2 B^2 \text{sen}^2\theta}{R} \cdot \frac{d}{dt}\theta. \quad (8)$$

Mas a derivada de θ em t é a velocidade angular relativa ω_{rel} , ou seja,

$$\frac{d}{dt}\theta = \omega_{\text{rel}} \quad (9)$$

donde

$$\theta(t) = \theta(0) + \omega_{\text{rel}} t. \quad (10)$$

Finalmente, supondo que em $t = 0$ a indução magnética \mathbf{B} seja perpendicular ao plano das espiras, tem-se que $\theta(0) = 0$, e a expressão (8) pode ser reescrita como

$$\tau_B = \frac{A^2 \cdot B^2 \cdot \omega_{\text{rel}}}{R} \cdot \text{sen}^2(\omega_{\text{rel}} \cdot t), \quad (11)$$

ou, ainda,

$$\tau_B = \tau_{B_{\text{máx}}} \cdot \text{sen}^2(\omega_{\text{rel}} \cdot t), \quad (12)$$

onde

$$\tau_{B_{\text{máx}}} = \frac{A^2 \cdot B^2 \cdot \omega_{\text{rel}}}{R}. \quad (13)$$

A expressão (12) implica que o torque magnético no rotor, apesar de ser variável em intensidade, é sempre positivo, isto é, ocorre sempre no mesmo sentido; tal sentido é o da rotação do campo magnético.

A expressão (13) mostra que, quanto menor for a velocidade angular relativa ω_{rel} , isto é, quanto mais próxima é a velocidade de rotação da espira ω_E da velocidade de rotação do campo magnético ω , tanto menor é o torque magnético exercido na espira.

As afirmações feitas na seção 5 estão assim justificadas quantitativamente.